Tạp chí Cơ Học T.VI, 1984 số 4 (trang 5-11)

HỆ PHƯƠNG TRÌNH BIẾN PHÂN THEO BIÊN ĐỘ – PHA CỦA CHẾ ĐỘ CÂN BẰNG Ở HỆ THÔNG SỐ

NGUYỄN VĂN ĐÌNH

So sánh các phương pháp khảo sát ổn định của chế độ cân bằng ở [1, 2, 3] và kết hợp với nhận xét ở [4], trong [5] đã đề xuất vấn đề xây dựng phương pháp thành lập hệ (phương trình) biến phân theo biên độ – pha của chế độ cân bằng và đã chứng thực sự cần thiết đó qua việc phân tích và đánh giá phương pháp trình bày trong [1]. Bài báo này giải quyết vấn đề đặt ra cho hệ á tuyến thông số cộng hưởng một bậc tự do có dạng tương đối tổng quát.

§ 1. HỆ THÔNG SỐ VÀ HỆ TRUNG BÌNH THEO BIÊN ĐỘ – PHA

Xét hệ dao động á tuyến một bậc tự do mô tả bởi phương trình vi phân:

$$\ddot{x} + x = \varepsilon f_o(x, \dot{x}, \nu t) \tag{1.1}$$

trong đó: ε – ký hiệu tham số bé; $x, \dot{x}, \ddot{x}$ – tọa độ, tốc độ và gia tốc dao động; 1 – tần số riêng; ν – tần số kích động, $f_o(x, \dot{x}, \nu t)$ – tổng hữu hạn Phuriê của νt, chu kỳ 2π, hệ số là đa thức của $x, \dot{x}$ không chứa số hạng hằng. Khi đó, sẽ thỏa mãn tính chất đặc trưng ở hệ thông số:

$$f_o(o, o, \nu t) = 0 \tag{1.2}$$

Xét trường hợp cộng hưởng:

$$1 = \left(\frac{n}{m}\nu\right)^2 - \varepsilon\Delta = \omega^2 - \varepsilon\bar{\Delta} \tag{1.3}$$

trong đó: n, m – hai số nguyên tố cùng nhau; $\bar{\Delta} = (\omega^2 - 1)$ – hệ số đặc trưng cho độ lệch tần.

Viết hệ (1.1) dưới dạng:

$$\ddot{x} + \omega^2 x = \varepsilon f(x, \dot{x}, \nu t) = \varepsilon\,[f_o(x, \dot{x}, \nu t) + \bar{\Delta} x] \tag{1.4}$$

với biểu thức khai triển:

$$f(x, \dot{x}, \nu t) = \Delta x + h\dot{x} + xf(\nu t) + \dot{x}g(\nu t) + \frac{1}{2} f_2(x, \dot{x}, \nu t) \tag{1.5}$$

trong đó: Δ – tổng các hệ số các số hạng chỉ phụ thuộc x và ở bậc nhất; h – hệ số hằng; $f(\nu t)$, $g(\nu t)$ – những tổng hữu hạn Phuriê của νt, chu kỳ 2π, hệ số hằng và trong tổng không có số hạng hằng; $f_2(x, \dot{x}, \nu t)$ – hàm có tính chất như hàm $f_o(x, \dot{x}, \nu t)$ nhưng các số hạng đều từ bậc hai trở lên đối với $x, \dot{x}$.

Đưa vào biên độ R và góc lệch pha φ theo hệ thức:

$$x = R\cos(\omega t - \varphi), \quad \dot{x} = -R\omega\sin(\omega t - \varphi) \tag{1.6}$$

và lập hệ trung bình:

$$\dot{R} = \frac{\varepsilon R}{2\omega}[h\omega - (B' + \omega C)\cos 2\varphi + (B - \omega C')\sin 2\varphi - RF_2'(R,\varphi)]$$

$$R\dot{\varphi} = \frac{\varepsilon R}{2\omega}[\Delta + (B - \omega C')\cos 2\varphi + (B' + \omega C)\sin 2\varphi + RF_2(R,\varphi)] \qquad (1.7)$$

trong đó: B', B, C, C' — những hằng số; $F_2(R, \varphi)$, $F_2'(R, \varphi)$ — tổng hữu hạn Phuriê của φ, chu kỳ 2π, hệ số là đa thức của R

$$B = \langle f(\nu t)\cos 2\omega t\rangle; \quad B' = \langle f(\nu t)\sin 2\omega t\rangle;$$
$$C = \langle g(\nu t)\cos 2\omega t\rangle; \quad C' = \langle g(\nu t)\sin 2\omega t\rangle;$$
$$R^2F_2(R,\varphi) = \langle f_2(.,.,\nu t)\cos(\omega t - \varphi)\rangle;$$
$$R^2F_2'(R,\varphi) = \langle f_2(.,.,\nu t)\sin(\omega t - \varphi)\rangle. \qquad (1.8)$$

(hai dấu.., qui ước thay x, $\dot{x}$ bởi (1.6)),
$\langle\rangle$ — ký hiệu trung bình theo thời gian.

Chế độ cân bằng $x = 0$ tương ứng nghiệm $R = 0$ (φ bất kỳ). Có thể đưa hệ (1.7) về dạng đơn giản. Thực vậy, đặt:

$$B - \omega C' = E\cos 2\xi, \quad B' + \omega C = E\sin 2\xi. \qquad (1.9)$$

trong đó: E, ξ — những đại lượng phụ thuộc ω (tức ν).

Kết quả được hệ:

$$\dot{R} = \frac{\varepsilon R}{2\omega}[h\omega + E\sin 2\psi - RF_2'(R, \Psi + \xi)]$$

$$R\dot{\psi} = \frac{\varepsilon R}{2\omega}[\Delta + E\cos 2\Psi + RF_2(R\ \psi + \xi)] \qquad (1.10)$$

trong đó: $\psi = \varphi - \xi$

§2. HỆ BIẾN PHÂN THEO BIÊN — ĐỘ PHA CỦA CHẾ ĐỘ CÂN BẰNG

Trước hết chú ý rằng khái niệm ổn định phản ánh một mặt trong các tính chất của các chế độ chuyển động lân cận chế độ khảo sát. Ở đây, đó là các chế độ dao động — với biên độ $R \neq 0$ — lân cận chế độ cân bằng. Vì vậy, để khảo sát ổn định của chế độ cân bằng, thường đặt $R = 0 + \delta R$. Nhưng cũng vì vậy mà không nhất thiết phải sử dụng hệ trung bình nguyên dạng (1.7) — không chia hai vế của phương trình pha cho biên độ — mà hoàn toàn có cơ sở là xuất phát từ việc khảo sát các nghiệm $R \neq 0$ của hệ:

$$\dot{R} = \frac{\varepsilon R}{2\omega}[h\omega - (B' + \omega C)\cos 2\varphi + (B - \omega C')\sin 2\varphi - RF_2'(R,\varphi)]$$

$$\dot{\varphi} = \frac{\varepsilon}{2\omega}[\Delta + (B - \omega C')\cos 2\varphi + (B' + \omega C)\sin 2\varphi + RF_2(R,\varphi)] \qquad (2.1)$$

có được từ hệ trung bình nguyên dạng (1.7) sau khi chia hai vế của phương trình pha cho biên độ (với $R \neq 0$ hai hệ (1.7) và (2.1) không khác biệt; với $R = 0$, hệ (1.7) thỏa mãn với φ bất kỳ còn hệ (2.1) có φ xác định).

Mặt khác, để có hệ biến phân, chúng ta chỉ giữ lại các số hạng bậc nhất và bỏ các số hạng bậc cao hơn đối với các biến phân. Ở đây như đã phân tích ở [5] vấn đề ổn định đặt ra với biên độ; vì vậy, trong những móc vuông ở vế phải của hệ (2.1), hãy bỏ đi các số hạng chứa R. Kết quả được hệ:

$$\dot{R} = \frac{\varepsilon R}{2\omega}[h\omega - (B' + \omega C)\cos 2\varphi + (B - \omega C')\sin 2\varphi]$$

$$\dot{\varphi} = \frac{\varepsilon}{2\omega}[\Delta + (B - \omega C')\cos 2\varphi + (B' + \omega C)\sin 2\varphi] \qquad (2.2)$$

Có thể thu được hệ này theo cách đặt biến phân thông thường nếu quan niệm chế độ cân bằng là chế độ dao động tương ứng biên độ $R_o = 0$ và góc lệch pha φ_o — hàm chưa biết theo thời gian. Thực vậy, đặt $R = R_o + \delta R = \delta R$, $\varphi = \varphi_o + \delta\varphi$, đem thay vào hệ trung bình nguyên dạng (1.7), khai triển rồi bỏ đi các số hạng bậc cao đối với δR, $\delta\varphi$ chúng ta sẽ được, sau khi khử δR ở phương trình thứ hai:

$$\begin{aligned} (\delta R)^{\cdot} &= \frac{\varepsilon\delta R}{2\omega}\left[h\omega - (B' + \omega C)\cos 2\varphi_o + (B - \omega C')\sin 2\varphi_o\right] \\ \dot{\varphi}_o &= \frac{\varepsilon}{2\omega}\left[\Delta + (B - \omega C')\cos 2\varphi_o + (B' + \omega C)\sin 2\varphi_o\right] \end{aligned} \tag{2.3}$$

trùng với hệ (2.2) (chỉ khác ký hiệu: R, φ thay bởi δR, φ_o). Hệ (2.2) hoặc (2.3) chính là hệ biến phân theo biên độ — pha của chế độ cân bằng ở hệ thông số đang được khảo sát. Để chứng minh, thay cho biên độ — pha, hãy sử dụng hai biến (a,b) đưa vào theo hệ thức:

$$x = a\cos\omega t + b\sin\omega t\,;\ \dot{x} = -\omega(a\sin\omega t - b\cos\omega t) \tag{2.4}$$

Hệ trung bình là:

$$\begin{aligned} \dot{a} &= \frac{\varepsilon}{2\omega}\left\{[h\omega - (B' + \omega C)]a + [(B - \omega C') - \Delta]b - G_2'(a, b)\right\} \\ \dot{b} &= \frac{\varepsilon}{2\omega}\left\{[(B - \omega C') + \Delta]a + [h\omega + (B' + \omega C)]b + G_2(a, b)\right\} \end{aligned} \tag{2.5}$$

trong đó: $G_2(a, b)$; $G_2'(a, b)$ — những đa thức của (a, b) chứa những số hạng từ bậc hai trở lên.

$$G_2(a, b) = \langle f_2(.,.,\nu t)\cos wt\rangle\ ;\ G_2'(a, b) = \langle f_2(.,.,\nu t)\sin\omega t\rangle \tag{2.6}$$

(hai dấu.. quy ước thay x, $\dot{x}$ bởi (2.4))

Chế độ cân bằng tương ứng nghiệm $a = b = 0$ và có hệ biến phân trùng với phần tuyến tính của hệ trung bình (2.5):

$$\begin{aligned} \dot{a} &= \frac{\varepsilon}{2\omega}\left\{[h\omega - (B' + \omega C)]a + [(B - \omega C') - \Delta]b\right\} \\ \dot{b} &= \frac{\varepsilon}{2\omega}\left\{[(B - \omega C') + \Delta]a + [h\omega + (B' + \omega C)]b\right\} \end{aligned} \tag{2.7}$$

Nếu hệ biến phân (2.7) (nghiệm 0 — chế độ cân bằng) — ổn định tiệm cận hoặc không ổn định (hai số đặc trưng đều có phần thực âm hoặc có một số đặc trưng có phần thực dương) thì hệ trung bình (nghiệm 0 — chế độ cân bằng) cũng có cùng tính ổn định như thế. Đó là quan hệ đã biết giữa hệ biến phân và hệ trung bình.

Dễ dàng nhận thấy các hệ (2.1) với (2.5) và (2.2) với (2.7) tương ứng chuyển qua nhau nhờ phép biến đổi:

$$a = R\cos\varphi,\ b = R\sin\varphi \tag{2.8}$$

Phép biến đổi này không đặt quan hệ một đối một giữa hai cặp biến (R, φ) và (a, b) nên giữa nghiệm các cặp hệ trên cũng không có quan hệ đó (một nghiệm của hệ (2.5) hoặc (2.7) tương ứng vô hạn nghiệm của hệ (2.1) hoặc (2.2)). Tuy nhiên, hệ thức $R^2 = a^2 + b^2$, giữa R và (a, b) cho thấy vấn đề ổn định của biến R trong các hệ (2.1), (2.2) tương đương vấn đề ổn định của cặp biến (a,b) trong các hệ (2.5), (2.7). Do đó, về mặt ổn định của biến R, quan hệ giữa hai hệ (2.1) và (2.2) cũng là quan hệ về mặt ổn định của cặp biến (a, b) trong các hệ (2.5) và (2.7). Nói cách khác. (2.2) là hệ biến phân của hệ (2.1). Chú ý rằng (2.2) — cũng là (2.3) — là hệ hai phương trình vi phân: một của (biến phân) biên độ và một của góc lệch pha (không phải của biến phân góc lệch pha và không phải phương trình lượng giác).

Nếu đưa hệ trung bình theo biên độ — pha về dạng (1.10), hệ biến phân có dạng:

$$\begin{aligned} \dot{R} &= \frac{\varepsilon R}{2\omega}\left[h\omega + E\sin 2\psi\right] \\ \dot{\psi} &= \frac{\varepsilon}{2\omega}\left[\Delta + E\cos 2\psi\right] \end{aligned} \tag{2.9}$$

Quan hệ giữa hệ trung bình và hệ biến phân không cho phép kết luận tính ổn định của hệ trung bình khi hệ biến phân, tuy không có số đặc trưng với phần thực dương nhưng có số đặc trưng với phần thực bằng không.

Hệ biến phân (2.7) theo hai biến (a, b) có phương trình đặc trưng :

$$\overline{D}(\nu, h, \lambda) = \begin{vmatrix} \frac{\varepsilon}{2\omega}[h\omega - (B' + \omega C)] - \lambda & \frac{\varepsilon}{2\omega}[(B - \omega C') - \Delta] \\ \frac{\varepsilon}{2\omega}[(B - \omega C') + \Delta] & \frac{\varepsilon}{2\omega}[h\omega + (B' + \omega C)] - \lambda \end{vmatrix} = 0, \quad (3.1)$$

hay:

$$\lambda^2 + \varepsilon h\lambda + \frac{\varepsilon^2}{4\omega^2} D(\nu, h, 0) = 0, \quad (3.2)$$

trong đó :

$$D(\nu, h, 0) = [h^2\omega^2 + \Delta^2] - [(B' + \omega C)^2 + (B - \omega C')^2], \quad (3.3)$$

($\overline{D}$, D chứa ν vì $\omega = \frac{n}{m}\nu$ và khi khảo sát, thường cho ν biến thiên).

Phương trình đặc trưng có nghiệm thực λ = 0 khi:

$$D(\nu, h, 0) = 0 \quad (3.4)$$

hay :

$$[h^2\omega^2 + \Delta^2] - [(B' + \omega C)^2 + (B - \omega C')^2] = 0 \quad (3.4a)$$

hoặc :

$$[h^2\omega^2 + \Delta^2] - E^2 = 0 \quad (3.4b)$$

Trường hợp hai số đặc trưng ảo liên hợp xảy ra khi :

$$h = 0, \quad (3.5) \text{ và } D(\nu, 0, 0) > 0 \quad (3.6)$$

trong đó điều kiện thứ hai có dạng khai triển :

$$\Delta^2 - [(B' + \omega C)^2 + (B - \omega C')^2] > 0 \quad (3.6a)$$

hay:

$$\Delta^2 - E^2 > 0 \quad (3.6b)$$

Trên trục tần số ν, điều kiện (3.4) xác định những điểm β (giao điểm của trục tần số với đồ thị biên độ của chế độ dao động dừng), các điều kiện (3.5), (3.6) xác định những khoảng tần số tại đó việc sử dụng hệ biến phân không đưa đến kết luận về ổn định. Ý nghĩa các điều kiện trên cũng dễ tìm. Thực vậy, với điều kiện (3.4), hệ biến phân (2.7) – cũng là hệ trung bình (2.5) tuyến tính hóa – có vô hạn nghiệm hằng. Trên mặt Oab có vô hạn điểm cân bằng (nằm trên một đường thẳng qua gốc O hoặc chiếm toàn bộ mặt Oab tùy theo hạng của ma trận $[\overline{D}(\nu, h, 0)]$ bằng 1 hay 0). Tương ứng trên mặt pha Oxẋ có họ chuyển động tròn đều, tốc độ góc ω, tâm O (bán kính bất kỳ, góc lệch đầu xác định hoặc cũng bất kỳ). Dao động xảy ra điều hòa tần số ω (biên độ bất kỳ, góc lệch pha đầu xác định hoặc cũng bất kỳ). Chúng ta sẽ gọi đó là họ chuyển động loại 1.

Với các điều kiện (3.5), (3.6), tiến hành khảo sát như ở [5, § 2, số 3] chúng ta thấy trên mặt Oab xuất hiện họ chuyển động enlip, tâm O phụ thuộc hai tham số, quay thuận (ngược) chiều trục a đến trục b nếu Δ > 0 (< 0), thời gian một vòng quay là $\frac{2\pi}{\varepsilon p}$ với $p = \frac{1}{2\omega}\sqrt{D(\nu, 0, 0)}$ góc quay (không đều) gồm thành phần biến thiên đều một góc π trong mỗi khoảng thời gian π/εp và thành phần tuần hoàn chu kỳ bằng đúng π/εp. Trên mặt pha có họ chuyển động bao quanh O phụ thuộc hai tham số – tổng hợp của chuyển động enlip nói trên và chuyển động quay đều của mặt Oab: bán kính biến thiên tuần hoàn chu kỳ π/εp, góc quay (không đều) gồm thành phần biến thiên đều một góc 2π trong mỗi khoảng thời gian 2π/(ω ± εp) theo chiều từ trục ẋ đến x (vì ω ≫ εp) và thành phần tuần hoàn chu kỳ π/εp; quỹ đạo khép kín hoặc không tùy theo ω và εp là khả ước hay vôi uóc. Trường hợp đặc biệt, enlip trở thành đường tròn, trên mặt Oab có chuyển động tròn đều với tốc độ góc εp, trên mặt pha cũng có chuyển động tròn đều nhưng với tốc độ góc $\omega \pm \varepsilon p$. Trong hệ (tuyến tính) xảy ra họ dao động hai tham số có tính phách, trường hợp đặc biệt là điều hòa. Chúng ta sẽ gọi đó là họ chuyển động loại 2.

Khi có hệ biến phân theo biên độ – pha dạng (2.2) hoặc (2.9), dễ dàng lập được các điều kiện (3.4) hoặc (3.5), (3.6). Cũng có thể tìm thấy lại các họ chuyển động loại 1 và 2 nói trên.

Thực vậy, xét hệ phương trình lượng giác:

$$(B' + \omega C)\cos 2\varphi - (B - \omega C')\sin 2\varphi = h\omega \qquad (3.7)$$

$$(B - \omega C')\cos 2\varphi + (B' + \omega C)\sin 2\varphi = -\Delta$$

có được bằng cách triệt tiêu hai móc vuông ở vế phải hệ (2.2). Khi thỏa mãn điều kiện (3.4), hệ phương trình (3.7) có nghiệm $\varphi_o + k\pi$ $(k = 0, \pm 1, \pm 2,...)$, φ_o duy nhất nếu $(B' + \omega C)^2 + (B - \omega C')^2 \neq 0$, φ_o bất kỳ nếu $(B' + \omega C)^2 + (B - \omega C')^2 = 0$, $h = 0$ $\Delta = \omega^2 - 1 = 0$. Hệ biến phân sẽ có nghiệm $R = R_o$ (bất kỳ), $\varphi = \varphi_o + k\pi$ tương ứng vô hạn vị trí cân bằng trên mặt biên – pha (R, φ) và họ chuyển động loại 1 trên mặt pha.

Khi thỏa mãn các điều kiện (3.5), (3.6), kết quả tích phân phương trình thứ ha của hệ (2.9) cho:

$$\psi = \text{arctg}\{\mu\,\text{tg}(\varepsilon pt + \text{hằng})\} \qquad (3.8)$$

trong đó: $p = \frac{1}{2\omega}\sqrt{\Delta^2 - E^2}$; $\mu = \pm\sqrt{\frac{\Delta + E}{\Delta - E}}$ (dấu + (–) khi $\Delta > 0$ (< 0)). Đem thay vào phương trình thứ nhất rồi thực hiện tích phân, chúng ta tìm được:

$$R = h_2 e^{\varepsilon\eta(t)} \qquad (3.9)$$

trong đó:

$$h_2 = \text{hằng};\ \eta(t) = \frac{E}{2\omega}\int \sin 2\psi dt \qquad (3.10)$$

Chú ý rằng ψ biến thiên như φ: thành phần biến thiên đều một góc π trong mỗi khoảng thời gian $\pi/\varepsilon p$ bằng đúng chu kỳ của thành phần tuần hoàn. Do đó $\sin 2\psi$ là tuần hoàn chu kỳ $\pi/\varepsilon p$, hàm $\eta(t)$ và biên độ R cũng như thế; chúng ta có họ chuyển động loại 2.

§4. ĐIỀU KIỆN ỔN ĐỊNH CỦA CHẾ ĐỘ CÂN BẰNG

Có thể trực tiếp tích phân hệ biến phân theo biên độ – pha để tìm được các điều kiện ổn định của chế độ cân bằng. Tuy nhiên thuận lợi hơn là dựa vào các điều kiện ổn định đã tìm được nhờ hệ biến phân theo hai biến (a, b) mà suy ra cách thành lập chúng khi có hệ biến phân theo biên độ – pha.

Phương trình đặc trưng (3.2) cho kết quả khảo sát ổn định:

1. $h > 0$: không ổn định. (4.1)

2. $h < 0$: a) $D(\nu, h, 0) > 0$: ổn định tiệm cận. (4.2a)

   b) $D(\nu, h, 0) < 0$: không ổn định. (4.2b)

   c) $D(\nu, h, 0) = 0$: không có kết luận về ổn định. (4.2c)

3. $h = 0$ a) $D(\nu, 0, 0) \geqslant 0$: không có kết luận về ổn định. (4.3a)

   b) $D(\nu, 0, 0) < 0$: không ổn định (4.3b)

Có thể viết các điều kiện ổn định dưới dạng khác khá thuận tiện. Xét hệ phương trình đại số :

$$(B' + \omega C)u - (B - \omega C')v = h\omega$$
$$(B - \omega C')u + (B' + \omega C)v = -\Delta \qquad (4.4)$$

là hệ (3.7) nhưng thay cos2φ, sin 2φ bởi u, v

Nếu $0 \neq (B' + \omega C)^2 + (B - \omega C')$, hệ (4.4) có nghiệm duy nhất và dễ dàng nhận thấy các điều kiện $P^2 = u^2 + v^2 > 1$, < 1, $= 1$ tương ứng các điều kiện $D(v, h, 0) >$ > 0, < 0, $= 0$. Do đó :

1. $h > 0$: không ổn định. (4.5)

2. $h < 0$: a) $P^2 > 1$: ổn định tiệm cận. (4.6a)

b) $P^2 < 1$: không ổn định. (4.6b)

c) $P^2 = 1$: không có kết luận về ổn định. (4.6c)

3. $h = 0$: a) $P^2 > 1$: không có kết luận về ổn định. (4.7a)

b) $P^2 < 1$: không ổn định. (4.7b)

Nếu $(B' + \omega C)^2 + (B - \omega C')^2 = 0$, hệ biến phân có dạng rất đơn giản và cho biết ngay : $h > 0$: không ổn định, $h < 0$: ổn định tiệm cận ; $h = 0$: không có kết luận về ổn định.

Chú ý rằng ở trường hợp đầu khi hệ (4.4) có nghiệm duy nhất, chúng ta có :

$$P^2 = \frac{h^2\omega^2 + \Delta^2}{(B' + \omega C)^2 + (B - \omega C')^2} \qquad (4.8)$$

Nếu $(B' + \omega C)^2 + (B - \omega C')^2 \equiv 0$ nghĩa là $B = B' = C = C' = 0$ thì $P^2 = \infty$ kh $h^2\omega^2 + \Delta^2 \neq 0$ và cả khi $h = 0$, $\Delta^2 = (\omega^2 - 1)^2 = 0$ (tử có nghiệm $\omega = 1$ bội 2 còn mẫu có bội ∞). Nếu $(B' + \omega C)^2 + (B - \omega C')^2 \not\equiv 0$ thì chỉ có thể triệt tiêu với $\omega = -\frac{B'}{C} =$ $= \frac{B}{C'}$; khi đó $P^2 = \infty$ nếu $h^2\omega^2 + \Delta^2 \neq 0$ và $P^2 = 4/(B^2 + B'^2) > 1$ nếu $\omega = 1$, $h = 0$ (tử và mẫu đều có nghiệm $\omega = 1$ bội 2). Như thế, ở trường hợp thứ hai khi hệ (4.4) vô nghiệm hoặc vô định, có thể quy ước $P^2 > 1$ và với quy ước đó, bảng ổn định ở trường hợp đầu vẫn áp dụng được. Thuận tiện ở đây là hệ số h như giữ vai trò của chỉ số đặc trưng còn $1/P^2$ giữ vai trò của nhân tử đặc trưng. Nghĩa là : nếu $h < 0$ và $1/P^2 < 1$ – có ổn định tiệm cận ; nếu hoặc $h > 0$ hoặc $1/P^2 > 1$ – không ổn định ; nếu $h \leqslant 0$ và $1/P^2 \leqslant 1$ và ít nhất xảy ra một đẳng thức – không có kết luận về ổn định.

Hiển nhiên nếu dùng hệ biến phân dạng (2.9) thì việc tính toán càng đơn giản.

Để minh họa, xét trường hợp khảo sát ở [5, §1] chúng ta thấy :

– Hai điểm β^-, β^+ tương ứng điều kiện (4.2a) hoặc (4.6a)

– Khoảng (β^-, β^+) tương ứng điều kiện (4.2b) hoặc (4.6b)

– Khoảng $(-\infty, \beta^-)$ và (β^+, ∞) – điều kiện (4.2a) hoặc (4.6a). Nếu $h = 0$, hai điểm β^-, β^+ trùng với α^-, α^+ và :

– Khoảng (β^-, β^+) không ổn định tương ứng điều kiện (4.3b), (4.7b)

– Khoảng $(-\infty, \beta^-]$ và $[\beta^+, \infty)$ không có kết luận về ổn định và tương ứng điều kiện (4.3a), (4.7a).

Địa chỉ :

Trường Đại học Bách khoa HN

Nhận ngày 6/4/1983

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. КАУДЕРЕР Г. Нелинейная механика. И. Л., Москва, 1961.
2. МАЛКИН И. Г. Некоторые задачи теории нелинейных колебаний. Госуд. Изд., Москва, 1956.
3. БОГОЛЮБОВ Н. Н., МИТРОПОЛЬСКИЙ Ю. А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. Госуд., Изд., Москва, 1963.
4. МИТРОПОЛЬСКИЙ Ю. А., САМОЙЛЕНКО А. М. Асимптотические методы в теории многочастотных колебаний. Proceedings of the VIIIth International conference on Nonlinear Oscillations. Prague, 1978.
5. NGUYỄN VĂN ĐÌNH. Về một phương pháp lập hệ phương trình biến phân theo biên độ pha của chế độ cân bằng. Tạp chí Cơ Học số 2, 1984.

РЕЗЮМЕ

СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ В ВАРИАЦИЯХ ПО АМПЛИТУДО — ФАЗЕ ДЛЯ РЕЖИМА РАВНОВЕСИЯ В ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ

Устанавливается система уравнений в вариациях по амплитудо-фазе для режима равновесия в параметрической системе в общем виде. К Указанная система состоится из двух дифференциальных уравнений: одно по вариации амплитуды и одно по фазе (не по вариации фазы). Были преобразованы условия устойчивости в удобную форму.

HỘI NGHỊ DAO ĐỘNG PHI TUYẾN QUỐC TẾ LẦN THỨ 10 (ICNO–X)

Từ 12 đến 17/9/1984 tại thành phố nghỉ mát Vac-na, trên bờ biển Hắc hải của Bun-ga-ri đã tiến hành hội nghị dao động phi tuyến quốc tế lần thứ 10.

Tham dự hội nghị có các nhà khoa học của nhiều nước như Bun-ga-ri, Liên-xô, C.H.D.C. Đức, Ba-lan, Hung-ga-ri, Tiệp, Việt Nam, Cộng hòa liên bang Đức, Mỹ, Pháp, Bỉ, Nam tư, Trung quốc, Nhật bản v.v... Đoàn chủ tịch hội nghị gồm một số nhà khoa học tiêu biểu thuộc các nước Liên-xô, Bun-ga-ri, Việt Nam, Tiệp, C.H.D.C. Đức, Hung-ga-ri, Mỹ, Pháp, Nhật.

Hội nghị làm việc theo 7 tiểu ban : 1- Các phương pháp giải tích. 2 Các phương pháp định tính. 3- Các phương pháp số, thuật toán và hiện thực hóa chương trình. 4- Ứng dụng trong lý thuyết điều khiển. 5- Ứng dụng trong cơ học, vật lý, kỹ thuật điện và điện tử. 6- Ứng dụng trong cơ sinh học, sinh học và kinh tế. 7- Các phương pháp thực nghiệm và thiết bị nghiên cứu.

Đoàn việt Nam gồm 3 người, tham gia ba báo cáo khoa học, trong đó có một báo cáo mời 40 phút.

Trong thời gian hội nghị còn tiến hành cuộc thảo luận bàn tròn về những hướng khoa học có triển vọng và cấp bách. Những người tham dự cuộc thảo luận đã nhất trí đánh giá tầm quan trọng và sự bổ ích của các hội nghị ICNO đã tiến hành từ trước đến nay, sự cần thiết lôi cuốn các nhà kỹ thuật, các nhà sinh học, điện tử, kỹ thuật điện tham gia hội nghị. Các nhà khoa học đã đề cập đến việc tập trung hơn nữa nghiên cứu các vấn đề cơ học trong sinh học, nghiên cứu các khía cạnh cơ học của ma sát, cơ học các vật liệu mới, các dao động ngẫu nhiên v.v...

Các nhà khoa học Bun-ga-ri đã tỏ rõ khả năng tổ chức rất tốt hội nghị, gây ấn tượng tốt đẹp đối với các đại biểu dự hội nghị về nhiều mặt.

Hội nghị dao động phi tuyến quốc tế lần thứ 11 sẽ được tổ chức tại Hung-ga-ri vào năm 1987.